

## Modelltheorie

Blatt 7

Abgabe: 17.12.2019, 14 Uhr

### Aufgabe 1 (6 Punkte).

Sei DLO die Theorie dichter linearer Ordnungen ohne Randpunkte in der Sprache  $\mathcal{L} = \{<\}$ .

- Ist DLO total transzendent?
- Besitzt DLO ein Primmodell? Wenn ja, beschreibe es.
- Gegeben ein abzählbares Modell  $\mathcal{M}$  von DLO, wie viele Typen gibt es in  $S_1^{\mathcal{M}}(M)$ ?

### Aufgabe 2 (6 Punkte).

In der Sprache  $\mathcal{L} = \{E_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  sei  $T$  die Theorie unendlich viele Äquivalenzrelationen wie in der Aufgabe 2 im Blatt 4.

- Ist  $T$  total transzendent?
- Besitzt  $T$  ein Primmodell?
- Gegeben ein abzählbares Modell  $\mathcal{M}$  von  $T$ , wieviele Typen gibt es in  $S_1^{\mathcal{M}}(M)$ ?

### Aufgabe 3 (3 Punkte).

Seien  $\mathcal{A} \preceq \mathcal{B}$  zwei Strukturen in der Sprache  $\mathcal{L}$  und  $p(x)$  ein 1-Typ in  $S_1^{\mathcal{A}}(A)$ , welcher in  $\mathcal{A}$  vermieden wird. Betrachte eine Typenerweiterung  $p(x) \subset q(x)$ , mit  $q(x)$  in  $S_1^{\mathcal{B}}(B)$  derart, dass für jede  $\mathcal{L}_B$ -Formel  $\varphi[x, \bar{b}]$  in  $q(x)$  es ein Element  $a$  aus  $A$  gibt, sodass  $\mathcal{B} \models \varphi[a, \bar{b}]$ .

Ist  $q(x)$  isoliert?

### Aufgabe 4 (5 Punkte).

In der Sprache  $\mathcal{L} = \{<, P\}$  sei  $T$  die Theorie dichter linearer Ordnungen ohne Randpunkte mit einer dichten kodichten Teilmenge, welche die Interpretation vom einstelligen Prädikat  $P$  ist.

- Zeige, dass  $T$  vollständig mit Quantorenelimination ist.
- Wie viele abzählbare Modelle besitzt  $T$ , bis auf Isomorphie?
- Gegeben eine endliche Teilmenge Menge  $A$  eines Modells  $\mathcal{M}$  von  $T$ , wie viele Typen gibt es in  $S_1^{\mathcal{M}}(A)$ ?

---

DIE ÜBUNGSBLÄTTER KÖNNEN ZU ZWEIT EINGEREICHT WERDEN. ABGABE DER ÜBUNGSBLÄTTER IM FACH IM KELLER DES MATHEMATISCHEN INSTITUTS.